

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, η επιτάχυνση και η ταχύτητα την ίδια χρονική στιγμή:

δ. μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες έχουν αντίθετο πρόσημο.

A2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος, τότε η περίοδος της ταλάντωσης:

δ. θα παραμείνει σταθερή.

A3. Ένας ταλαντωτής εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, τη χρονική στιγμή που η επιτάχυνση είναι μέγιστη:

δ. Η κινητική ενέργεια ισούται με μηδέν.

A4. Ένα σώμα μάζας m κρεμασμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Αν αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο τετραπλάσιας μάζας, τότε η περίοδος της ταλάντωσης:

γ. θα διπλασιασθεί.

A5 α Λ	A5 β Λ	A5 γ Σ	A5 δ Σ	A5 ε Λ
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

ΘΕΜΑ Β

B1. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A . Όταν το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα με αλγεβρική τιμή $v = +\frac{v_{\max}}{2}$ κινούμενο στον θετικό ημιάξονα, βρίσκεται στη θέση:

α. $x = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

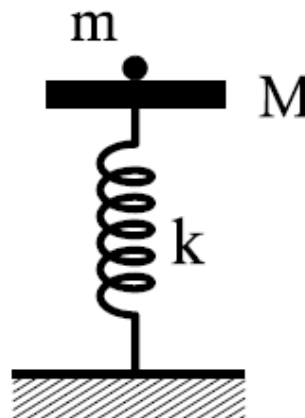
Σύμφωνα με την εξίσωση $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ (θέλει απόδειξη) έχουμε:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{ή} \quad +\frac{v_{\max}}{2} = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{ή} \quad +\frac{\omega A}{2} = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{ή} \quad \frac{A^2}{4} = A^2 - x^2 \quad \text{ή}$$

$$x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}. \quad \text{Επειδή είναι στον θετικό ημιάξονα είναι: } x = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Ή μπορείτε να χρησιμοποιήσετε Δ.Ε.Τ. $E = K + U$

B2. Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:



α. $\frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$

Η αρχική συμπίεση του ελατηρίου εξαιτίας του δίσκου

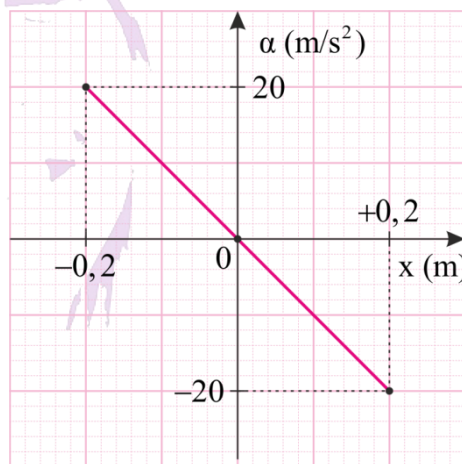
είναι: $\Delta \ell_1 = \frac{Mg}{k}$

Στη θέση ισορροπίας της Α.Α.Τ. του συστήματος δίσκου- σώματος η συμπίεση του ελατηρίου είναι: $\Delta \ell_2 = \frac{(M+m)g}{k}$.

Το πλάτος της Α.Α.Τ. είναι: $A = \Delta \ell_2 - \Delta \ell_1 = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k}$.

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι: $E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$.

B3. Η επιτάχυνση a ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με τη απομάκρυνση αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα. Τη στιγμή που η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι ίση με $a = -10\sqrt{3} \text{ m/s}^2$, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ισούται με:



α. 1 m/s

Από τη γραφική παράσταση προκύπτει

$A = 0,2 \text{ m}$ και $a_{\max} = 20 \text{ m/s}^2$.

Άρα $a_{\max} = \omega^2 A$ ή $\omega = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}}$ ή $\omega = 10 \text{ rad/s}$

Ισχύει $a = -\omega^2 x$ ή $x = \frac{a}{-\omega^2}$ ή $x = 0,1\sqrt{3} \text{ m}$

Από τη σχέση: $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$ (αποδεικνύεται στη θεωρία) προκύπτει:

$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ ή $|v| = 10 \sqrt{0,2^2 - (0,1\sqrt{3})^2}$ ή $|v| = 1 \text{ m/s}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αντιστοιχώντας την εξίσωση απομάκρυνσης που μας δίνεται στην εκφώνηση $x = 0,5\eta\mu\frac{\pi}{2}t$, (SI) με την εξίσωση απομάκρυνσης $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ που προβλέπει η θεωρία, αντλούμε τα στοιχεία:

$$A = 0,5 \text{ m}, \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}, \varphi_0 = 0 \text{ rad} \text{ και επομένως } T = \frac{2\pi}{\omega} = 4 \text{ s}$$

Η χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς είναι:

$$\Sigma F = -Dx \text{ ή } \Sigma F = -DA\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Υπολογίζουμε τη σταθερά επαναφοράς από τη σχέση:

$$D = m \omega^2 \text{ ή } D = \frac{\pi^2}{4} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

και αντικαθιστώντας στη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς έχουμε:

$$\Sigma F = -\frac{\pi^2}{4} 0,5\eta\mu\frac{\pi}{2}t \text{ ή } \Sigma F = -\frac{\pi^2}{8} \eta\mu\frac{\pi}{2}t \text{ (SI)}$$

Γ2. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι: $v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$

Αντικαθιστώντας ω , A , φ_0 και τη χρονική στιγμή $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ έχουμε:

$$v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \text{ ή } v = \frac{\pi}{2} 0,5 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} \frac{2}{3}\right) \text{ ή } v = \frac{\pi}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ ή } |v| = \frac{\pi}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

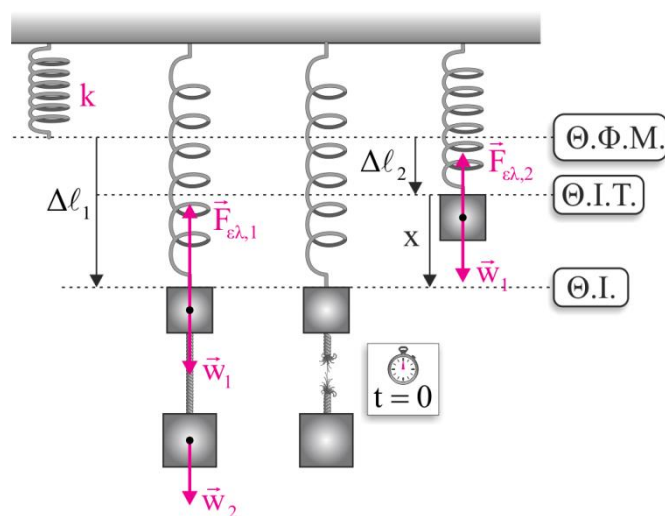
Γ3. Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης είναι: $a = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Αντικαθιστώντας ω , A , φ_0 και τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ έχουμε:

$$a = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \text{ ή } a = -\frac{\pi^2}{4} 0,5 \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{3}\right) \text{ ή } a = -\frac{\pi^2}{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ ή } |a| = \frac{\pi^2}{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Γ4. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ότι ο ταλαντωτής δεν έχει αρχική φάση άρα την χρονική στιγμή $t = 0$ καθώς περνάει από τη Θ.Ι.Τ. ($x = 0$) με θετική ταχύτητα. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του ταλαντωτή είναι $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} = -D\vec{x}$ και γίνεται μέγιστος θετικός όταν αυτός βρίσκεται στην θέση $x = -A$. Επομένως η χρονική διάρκεια μετάβασης του ταλαντωτή από την θέση ισορροπίας ταλάντωσης στη θέση $x = -A$ είναι $\Delta t = \frac{3T}{4} = 3 \text{ s}$

ΘΕΜΑ Α



Μελετώντας την ισορροπία του συστήματος γράφουμε για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ,1} - w_1 - w_2 = 0 \text{ ή } k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g \text{ ή } \Delta\ell_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = 0,4 \text{ m}$$

Στο σχήμα (2) φαίνεται η στιγμή $t = 0$ που κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο σχήμα (3) φαίνεται η Θ.Ι.Τ. του σώματος μάζας m_1 μελετώντας την ισορροπία του οποίου ισχύει για την συνισταμένη

$$\text{των δυνάμεων: } \Sigma \vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ,2} - w_1 = 0 \text{ ή } k\Delta\ell_2 = m_1 g \text{ ή } \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k} \text{ ή } \Delta\ell_2 = 0,1 \text{ m}$$

Τη στιγμή $t = 0$ που αρχίζει την ταλάντωσή του το σώμα m_1 η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν. Η θέση αυτή επομένως είναι θετική ακραία θέση της ταλάντωσης (η κάτω ακραία θέση επειδή θεωρήσαμε θετική φορά προς τα κάτω). Η απομάκρυνση αυτής της θέσης από την Θ.Ι.Τ. ισούται με το πλάτος: $A = x = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = 0,4 - 0,1 = 0,3 \text{ m}$

Δ1. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής: $x = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Η γωνιακή συχνότητα υπολογίζεται από τη σχέση: $D = m_1 \omega^2$

$$\text{επομένως } \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \xrightarrow{D=k} \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10 \text{ rad/s}$$

Η αρχική φάση υπολογίζεται αντικαθιστώντας στην χρονική εξίσωση της ταχύτητας την στιγμή $t = 0$ και την απομάκρυνση με $x = +A$

$$+A = A \eta\mu\varphi_0 \text{ ή } \eta\mu\varphi_0 = +1 \text{ ή } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

Άρα προκύπτει: $x = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή $x = 0,3 \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$ (SI)

Δ2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής ισούται με την απόλυτη τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F_{\text{ταλ}} = -Dx \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = k \cdot 0,3 \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{ή}$$

$$\frac{dp}{dt} = 30 \eta\mu(10 \frac{\pi}{60} + \frac{\pi}{2}) = -30 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -15N$$

Δ3. Το σώμα Σ_1 αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια για δεύτερη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσής του, μετά από χρονικό διάστημα:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{3}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{3\pi}{20} s$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα Σ_2 κάνει ελεύθερη πτώση διανύοντας διάστημα

$$s = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad s = \frac{1}{2} 10 \left(\frac{3\pi}{20} \right)^2 \quad \text{ή} \quad s = \frac{3}{8} m$$

Δ4. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{60} s$ η απομάκρυνση είναι: $x = 0,3 \eta\mu(10 \frac{\pi}{60} + \frac{\pi}{2}) = 0,3 \frac{\sqrt{3}}{2} m$

Το έργο της δύναμης επαναφοράς είναι: $W_{\varepsilon\pi} = -\Delta U$ ή $W_{\varepsilon\pi} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\epsilon\lambda}$ ή

$$W_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} D x_{\alpha\rho\chi}^2 - \frac{1}{2} D x_{\tau\epsilon\lambda}^2 \quad \text{ή} \quad W_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} k \left[(0,3)^2 - \left(0,3 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right] \quad \text{ή} \quad W_{\varepsilon\pi} = 1,125 J.$$